CONTROL ÁLGEBRA **Febrero 2004**

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (1,5 puntos cada una)

a) $\sqrt{3x+16}+1=2x$

b) $\dfrac{2x-1}{x}+\dfrac{4}{x-1}=\dfrac{11}{2}$

c) $x^4+x^3-4x^2-4x=0$

2.- Resuelve analíticamente el sistema: (1,5 puntos)

$$\left.\begin{array}{l}(x^2+1)y^2=5\\ 4x-y=0\end{array}\right\}$$

3.- Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\dfrac{x-2}{6}-\dfrac{x+1}{3}>\dfrac{1-x}{2}$ (1 punto)

b) $-x^2+3x-2\leq 0$ (1,5 puntos)

4.- Resuelve gráficamente el sistema de inecuaciones: (1,5 puntos)

$$\left.\begin{array}{l}x+y\leq 1\\ x-y\leq 3\end{array}\right\}$$

SOLUCIONES

a) $\sqrt{3x+16} = 2x-1$

$$3x+16 = (2x-1)^2$$

$$3x+16 = 4x^2+1-4x$$

$$0 = 4x^2-7x-15$$

$$x = \frac{7\pm\sqrt{49+240}}{8} = \frac{7\pm\sqrt{289}}{8} = \frac{7\pm 17}{8} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{-10}{8} = \frac{-5}{4} \end{cases}$$

Comprobación:

$x = 3 \rightarrow \sqrt{25} = 5 \rightarrow x = 3$ sí vale.

$x = \frac{-5}{4} \rightarrow \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \neq \frac{-7}{2} \rightarrow x = \frac{-5}{4}$ no vale.

Hay una solución: $x = 3$

b) $\frac{2x-1}{x} + \frac{4}{x-1} = \frac{11}{2}$ $\quad \frac{2(2x-1)(x-1)}{2x(x-1)} + \frac{8x}{2x(x-1)} = \frac{11x(x-1)}{2x(x-1)}$

$$2(2x^2-3x+1)+8x = 11x^2-11x$$

$$4x^2-6x+2+8x = 11x^2-11x$$

$$0 = 7x^2-13x-2$$

$$x = \frac{13\pm\sqrt{169+56}}{14} = \frac{13\pm\sqrt{225}}{14} = \frac{13\pm 15}{14} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-2}{14} = \frac{-1}{7} \end{cases}$$

c) Sacamos factor común:

$$x^4+x^3-4x^2-4x = x(x^3+x^2-4x-4) = 0$$

Factorizamos x^3+x^2-4x-4:

	1	1	−4	−4
−1		−1	0	4
	1	0	−4	$\boxed{0}$
2		2	4	
	1	2	$\boxed{0}$	

$$x^4+x^3-4x^2-4x = x(x+1)(x-2)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ x-2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x+2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

Por tanto las soluciones de la ecuación son: $x_1 = 0,\quad x_2 = -1,\quad x_3 = 2,\quad x_4 = -2$

2.- Resolvemos analíticamente el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{(x^2+1)y^2 = 5} \\ \mathbf{4x - y = 0} \end{array}\right\} y = 4x \Rightarrow (x^2+1)(4x)^2 = 5 \Rightarrow (x^2+1)\cdot 16x^2 = 5$$

$\Rightarrow 16x^4+16x^2-5 = 0$ ecuación bicuadrada, hacemos $z = x^2 \Rightarrow z^2 = x^4$

$$16z^2+16z-5=0 \Rightarrow z=\frac{-16\pm\sqrt{256+320}}{32}=\frac{-16\pm 24}{32}=\begin{cases} =\dfrac{8}{32}=\dfrac{1}{4} \\ =-\dfrac{40}{32}=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$$

y por lo tanto: $x=\sqrt{z}=\begin{cases} \pm\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\pm\dfrac{1}{2} \\ \pm\sqrt{-\dfrac{5}{4}}\notin R \end{cases}$ SOLUCIONES: $\begin{array}{l} \text{para } x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\ y=4\cdot\dfrac{1}{2}=2 \\ \text{para } x=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\ y=-2 \end{array}$

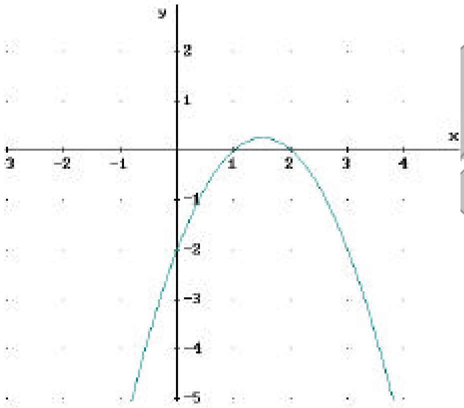
3.-

a) $\dfrac{x-2}{6}-\dfrac{x+1}{3}>\dfrac{1-x}{2}\Rightarrow\quad \dfrac{x-2}{6}-\dfrac{(2x+2)}{6}>\dfrac{3-3x}{6}$ con lo que, la solución es $\underline{x>\dfrac{7}{2}}$,

$x-2-2x-2>3-3x\Rightarrow\quad x-2x+3x>3+2+2$

en forma de intervalo Solución: $\left(\dfrac{7}{2},+\infty\right)$

b) $\boldsymbol{-x^2+3x-2\le 0}$



Representamos la parábola $y=-x^2+3x+2$

Mira hacia abajo

Vértice: $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}=1'5\ \Rightarrow\ V(1'5,0,25)$

Corte ejes:

$x=0\Rightarrow\ y=-2$

$y=0\Rightarrow\ -x^2+3x-2=0\Rightarrow\ x=\begin{cases}1\\2\end{cases}$

Solución: $(-\infty,1]\cup[2,+\infty)$

4.- $x+y\le 1$ es los mismo que $x+y-1\le 0$

$x-y\le 3$ es lo mismo que $x-y-3\le 0$

Representamos las dos rectas: $\begin{cases} x+y-1=0 & (y=-x+1) \\ x-y-3=0 & (y=x-3) \end{cases}$

Sustituyendo el punto (0, 0) en las desigualdades, vemos que se cumplen. Y si tenemos en cuenta que las soluciones del sistema son la soluciones comunes a ambas inecuaciones, obtenemos que las soluciones del sistemas son los puntos de la zona coloreada (incluyendo las semirrectas que la limitan):